ENSIIE - Cours Langages et Systèmes Formels 1

TD 2

Frédéric Blanqui

Exercice 39 Soit G la grammaire définie par les règles suivantes:
$S \to ACA$
$A \to aAaD|B|C$
$B \to bB|b$
$C \to cS|\varepsilon$
$D \to \varepsilon$

(a) Calculez l'ensemble des non-terminaux effaçables.

(b) Donnez une grammaire équivalente sans règles de la forme $X \to \varepsilon$ sauf $S \to \varepsilon$ si $\varepsilon \in L(G)$.

(c) Eliminez les règles de la forme $X \to Y$ où X, Y sont des non-terminaux.

(d) En déduire une grammaire propre équivalente.

Exercice 40 Nous allons calculer une grammaire réduite équivalente à:
$S \to AC|BS|B$
$A \to aA|aF$
$B \to CF|b$
$C \to cC|D$
$D \to aD|BD|C$
$E \to aA|BSA$
$F \to bB|b$

(a) Calculez l'ensemble des non-terminaux productifs et éliminez les règles contenant un non-terminal improductif.

(b) Calculez les non-terminaux accessibles et éliminez les règles contenant un non-terminal inaccessible.

Exercice 11 Une grammaire $(\Sigma, \mathcal{N}, \mathcal{R}, S)$ est en forme normale de Chomsky (FNC) si elle est propre et que toute règle autre que $S \to \varepsilon$ est de la forme $X \to a$ ou $X \to YZ$ avec $a \in \Sigma$ et $Y, Z \in \mathcal{N}$.

(a) Montrer que toute grammaire propre peut être mise en FNC.

(b) Mettre la grammaire suivante en FNC:

$S \to SaB|aB$
$B \to bB|\varepsilon$

Exercice 38 Soit $\Sigma = \{(,)\}$ l'alphabet dont les lettres sont la parenthèse ouvrante et la parenthèse fermante. Soit A le langage engendré par les règles $S \to (S) \mid SS \mid \varepsilon$, et soit B le langage engendré par les règles $S \to (S)S \mid \varepsilon$.

(a) Montrez que $B \subseteq A$.

(b) Montrez que B est stable par concaténation: si $u, v \in B$ alors $uv \in B$.

(c) En déduire que $A \subseteq B$.

Exercice 41 Montrez que $L = \{(a^m b^n)^2 \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ n'est pas algébrique.

Exercice 44 Trouvez un automate reconnaissant le langage 0^*1^*.

Exercice 43 (a) Donnez un automate reconnaissant les entiers relatifs (en base 10) avec, au début éventuellement, un signe + pour les entiers positifs ou nuls et des zéros inutiles. Ainsi, par exemple, +02 doit être accepté.

(b) Donnez un automate reconnaissant les nombres en virgule flottante avec exposants (e.g. +020.13e+4).

Exercice 6 L'interprétation dans $\mathbb{N}$ d'un mot u sur l'alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, $\overline{u}$, est définie par récurrence sur la longueur de u ainsi: $\overline{\varepsilon} = 0$, $\overline{u0} = 2\overline{u}$ et $\overline{u1} = 2\overline{u} + 1$. Montrer que $\{u \in \Sigma^* \mid \exists k, \overline{u} = 3k\}$ est reconnaissable par un automate.