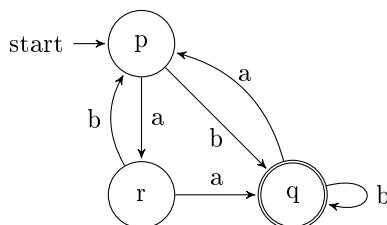


TD 5

Frédéric Blanqui

Exercice 17 Calculez une expression régulière pour le langage reconnu par l'automate suivant:



Exercice 20 Etant donné un mot $u = a_1 \dots a_n$ de longueur n , soit $u^R = a_n \dots a_1$ le mot miroir de u . Etant donné un langage L , soit $L^R = \{l^R \mid l \in L\}$ le langage miroir de L fait de tous les mots miroir de L .

- (a) Montrer que, si L et M sont deux langages sur Σ , alors $(LM)^R = M^R L^R$, où $LM = \{lm \in \Sigma^* \mid l \in L, m \in M\}$.
- (b) Montrer que, si L est un langage, alors $(L^*)^R = (L^R)^*$.
- (c) Définir une fonction permettant de transformer une expression régulière décrivant un langage L en une expression régulière e^R décrivant le langage L^R . Montrer que le langage décrit par e^R est bien égal à L^R .
- (d) En déduire que L est régulier si et seulement si L^R est régulier.

Exercice 53 Donnez un algorithme prenant en entrée une expression régulière e sur un alphabet Σ et retournant OUI si $L(e) = \Sigma^*$ et NON sinon, où $L(e)$ est le langage décrit par e .

Exercice 52 Dans les expressions arithmétiques en notation préfixée (ou polonaise) on met le symbole de l'opération avant les deux opérands et on ne met pas de parenthèses. Par exemple, au lieu de $2 + 3$ on écrit $+23$, au lieu de $(1 + 2) \times (3 + 4)$ on écrit $\times + 12 + 34$.

- (a) Définir une grammaire algébrique pour les expressions arithmétiques en notation polonaise.
- (b) Trouver les arbres syntaxiques pour $\times + 12 + 34$ et $\times + \times 1123$.
-

Exercice 58 Soit G la grammaire sur $\Sigma = \{ (, a,) \}$ dont le non-terminal de départ est L et les règles sont:

$L \rightarrow (S)a$

$S \rightarrow LS|\varepsilon$.

Donnez la table de transition permettant de reconnaître $L(G)$ par une machine à pile. Ce langage est-il $LL(k)$?

Exercice 18 Soit $G = (\Sigma, \mathcal{N}, \mathcal{R}, I)$ la grammaire telle que:

- $\Sigma = \{ \text{if, then, else, instr, cond} \}$,
- $\mathcal{N} = \{ I \}$,
- $\mathcal{R} = \{ I \rightarrow \text{instr} \mid \text{if cond then } I \mid \text{if cond then } I \text{ else } I \}$.

Questions:

1. G est-elle $LL(k)$ pour un certain k ?
 2. Donnez une grammaire $LL(1)$ G' équivalente à G .
 3. Donnez la table de transition permettant de reconnaître $L(G')$ à l'aide d'une machine à pile.
-

Exercice 13 Montrez d'un langage $LL(0)$ a au plus un mot.

Exercice 14 Montrez que tout langage régulier est $LL(1)$.

Exercice 56 Montrez que la grammaire suivante est $LL(3)$ mais pas $LL(2)$.

$S \rightarrow aAaB \mid bAbB$

$A \rightarrow a \mid ab$

$B \rightarrow aB \mid a$